

УДК 574.34:574.47

**А. В. Мацюра**

Мелітопольський державний педагогічний університет,  
кафедра екології, біорізноманітності та таксономії,  
ул. Леніна, 20, Мелітополь, 72312, Україна

## ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ ПТИЦ

В статье приводится обзор существующих математических методов оценки динамики численности, показаны недостатки и достоинства каждого метода. Предлагаются оригинальные индексы и методики анализа изменения численности живых организмов.

**Ключевые слова:** динамика численности, тренд, регрессионный анализ.

Проведение анализа динамики численности сопряжено с определенными трудностями. Прежде всего, это касается разрозненности данных и неадекватного уровня обследования территории. Для получения статистически достоверной информации необходимо также наличие данных об изменениях численности за длительный промежуток времени, что не всегда выполнимо [1–2].

Одним из самых надежных методов изучения динамики является графический анализ изменения численности. Несмотря на привлекательность и простоту, он имеет один существенный недостаток — на основании визуального анализа невозможно выполнить прогноз изменения численности и определить математические параметры ее изменения.

Основным методом математического выражения динамики численности в современной отечественной экологии является вычисление значения среднего и квадратического отклонения. Однако подобный метод имеет низкую информативность для понимания тенденции изменения численности или тренда. Понятие тренда имеет разнообразную трактовку в экологической литературе. Как правило, под словом тренд подразумевается определенная тенденция к изменению численности в течение определенного промежутка времени [3].

В нашей работе рассмотрены основные методы анализа изменения численности, применяемые в вычислительной экологии; на примере данных динамики чайки-хохотуньи *Larus cachinnans* показаны особенности, недостатки и преимущества разнообразных методов.

### Материалы и методы

Для анализа мы использовали данные о численности чайки-хохотуньи, гнездящейся на островах Азовского моря и Сиваша в пе-

риод 1973–1998 гг. [4]. Для графического анализа были использованы данные численности вида в десятичных логарифмах. В работе использованы компьютерные программы Statistica 6.0, Trim 3.0, Curve Expert 3.1.

### Результаты и обсуждение

Рис. 1 иллюстрирует все преимущества и недостатки графического метода. Численность чайки-хохотуньи подвержена значительным колебаниям, для вида характерны как всплески численности, так и ее резкое падение. Достаточно долгий временной ряд иллюстрирует влияние промежутка времени на анализ — в зависимости от конкретных условий исходных данных можно получить совершенно разный результат. Так, периоду 1980–1984 гг. соответствует постоянное увеличение численности, в течение 1991–1995 гг. происходило снижение численности, 1975–1979 гг. характеризуются относительно стабильной численностью.

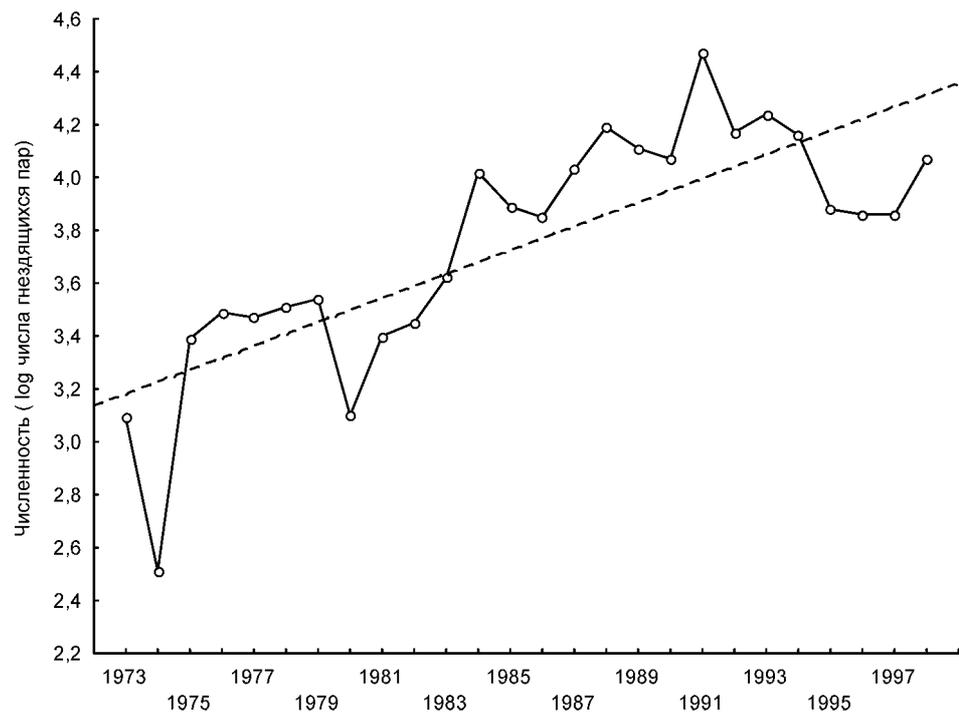


Рис. 1. Динамика численности чайки-хохотуньи. Пунктирной линией обозначена прямая линейной регрессии, уравнение регрессии:  $y = 3,14 + 0,05 x$

Регрессионная линия подтверждает существование тенденции к увеличению численности, что определяется положительным значением ее второго коэффициента.

Для выяснения тенденции нами была использована линейная регрессия, однако в реальных условиях зависимость носит более сложный характер.

Для анализа кривой изменения численности нами была использована программа Curve Expert, позволяющая найти оптимальную зависимость между двумя переменными. Программа анализирует около 30 разнообразных зависимостей и выдает наилучшую функцию для данных. При анализе реальная численность сопоставлялась нами с теми же значениями, но с запаздыванием на один год.

Согласно результатам анализа, наилучшим уравнением является многостепенное, причем мы сознательно ограничили значение степени равное 4 (программа позволяет выполнять расчеты вплоть до 20 показателя степени).

Уравнение кривой:

$$y = a - bx - cx^2 - dx^3 - \dots$$

где:  $a = 0,0007$ ;  $b = 13,98$ ;  $c = -10,84$ ;  $d = 3,00$ ; стандартная ошибка 0.239; коэффициент корреляции 0,966.

Для получения информации в виде цифровых величин, выражающих тенденции в изменении численности видов и позволяющих использовать их для прогнозирования орнитологической ситуации, были рассчитаны некоторые коэффициенты (табл. 1), которые используются для характеристики динамики численности.

Таблица 1

**Значения показателей, отражающих динамику численности чайки-хохотуны**

Средняя плотность. N, пар/100 га	Коэффициент вариации. CV	Коэффициент флуктуации. CF
14,38	0.81	2,75

Примечание: N — пар на 100 га;

$$CV = \sigma/N \tag{1}$$

где: N — среднее значение,  $\sigma$  — стандартное отклонение

$$CF = \Sigma(\log N_i - \log N)/(t - 1) \tag{2}$$

где:  $N_i$  — численность вида в момент времени  $i$ ,  $t$  — количество лет.

Коэффициент вариации показывает разброс численности вокруг средних значений, характеризуя относительную стабильность численности, причем данный коэффициент учитывает значение стандартного отклонения, что придает ему повышенную значимость.

Можно характеризовать свойства популяции способом средней плотности на определенную величину площади (в данном случае мы оперировали значением 100 га), а для измерения дисперсии выбрать меру, которая называется коэффициентом флуктуации (2). Этот коэффициент позволяет характеризовать величину флуктуаций численности.

Предполагается, что плотность популяции в различные годы отличается не более чем на величину, равную значению данного коэффициента [5]. Для чайки-хохотуньи в нашем случае средняя плотность будет варьировать в пределах от  $N/2,75$  до  $N*2,75$ , то есть от 5,23 до 39,55 пар на 100 га.

Большинство регулярных составляющих временных рядов принадлежит к двум классам: они являются либо трендом, либо сезонной составляющей. Тренд представляет собой общую систематическую линейную или нелинейную компоненту, которая может изменяться во времени. Сезонная составляющая — это периодически повторяющаяся компонента. Оба эти вида регулярных компонент часто присутствуют в ряде одновременно.

Не существует "автоматического" способа обнаружения тренда во временном ряде [6]. Однако, если тренд является монотонным (устойчиво возрастает или устойчиво убывает), то анализировать такой ряд обычно нетрудно. Если временные ряды содержат значительную ошибку, то первым шагом выделения тренда является сглаживание. В современной экологической литературе под значением тренда, как правило, принимают значение тангенса угла наклона регрессионной прямой [7].

Таблица 2

**Значение тренда численности чайки-хохотуньи  
за период 1973–1998 годов**

Значение тренда	Стандартное отклонение	Годовой процент динамики
0,66	0,13	635

Примечание:  $t$  — тренд рассчитан при помощи регрессионного анализа как тангенс угла наклона кривой регрессии [7],  $p < 0,005$ .

Для анализа изменения численности также применяется вычисление годового процента динамики [5]. Начиная с первого года временного ряда, рассчитывается отношение между значением для каждого года и первым годом во временном ряду. Далее высчитывается среднее значение и дисперсия.

Мы предлагаем несколько иной подход — рассчитывается отношение между соседними членами временного ряда и на основании среднего значения выводится годовое изменение численности. Для данного случая годовой процент динамики будет равен 133, что, на наш взгляд, более соответствует реальной картине изменения численности.

Как было показано выше, изменение численности чайки-хохотуны в разные периоды характеризуется неодинаковыми тенденциями.

Для сравнения процессов динамики за разные временные периоды рекомендуется использовать дисперсионный анализ (ANOVA), который определяет различия в характере распределения данных вокруг средних значений в анализируемых временных интервалах. По нашему мнению, хорошие результаты дает t-тест для зависимых выборок, позволяющий учесть эти различия. Данные анализа отражены в таблице 3.

По результатам теста для чайки-хохотуны было характерно более сильное увеличение численности в периоды 1991–1998 гг. и 1981–1991 гг. по сравнению с 1973–1981 гг.

Таблица 3

**Тренд численности чайки-хохотуны за различные временные периоды**

Годы	1973-1981			1981-1991			1991-1998		
	t	SE	%	t	SE	%	T	SE	%
Значения тренда	0,30	0,39	155	0,61	0,21	128	0,44	0,46	114

**Примечание:** t — значения тренда, SE — стандартное отклонение, % — процент годового изменения динамики численности. Тренд рассчитан на основании t-теста для зависимых переменных (средних значений десятичного логарифма численности),  $p < 0,01$ .

Прикладная компьютерная программа Trim использует несколько иной алгоритм вычисления тренда. В его основе лежит положение об аддитивном и мультипликативном тренд-цикле. Программа предлагает несколько моделей изменения численности — лог-линейная регрессия, сериальная корреляция и линейная регрессия без учета сезонного компонента.

По результатам тестов на достоверность наиболее адекватной моделью для распределения численности чайки-хохотуны является лог-линейная корреляция. При помощи этой модели мы вычислили значения трендов (табл. 4; 5.).

Таблица 4

**Значения лог-линейного тренда численности чайки-хохотуны**

Значение аддитивного тренда	Стандартное отклонение аддитивного тренда	Значение мультипликативного тренда	Стандартное отклонение мультипликативного тренда
0,11	0,05	1,11	0,05

Значения лог-линейного тренда предполагают, что численность в среднем увеличивается на 10–11% каждый год. Мы также использовали эту программу для анализа временных периодов (1973–1981, 1981–1991, 1991–1998), чтобы сравнить полученные значения с предыдущим анализом (см. табл. 3).

Таблица 5

**Значения лог-линейного тренда численности чайки-хохотуны за различные временные периоды**

Временной период	Значение аддитивного тренда	Стандартное отклонение	Значение мультипликативного тренда	Стандартное отклонение
1973-1981	0,01	0,003	1,00	0,01
1981-1991	0,22	0,02	1,25	0,03
1991-1998	-0,14	0,03	0,87	0,03

Полученные данные совпадают с результатами предыдущего теста, однако для периода 1991–1998 одно из значений тренда имеет отрицательный знак, что соответствует реальному изменению численности (рис. 2), то есть данная модель более точная.

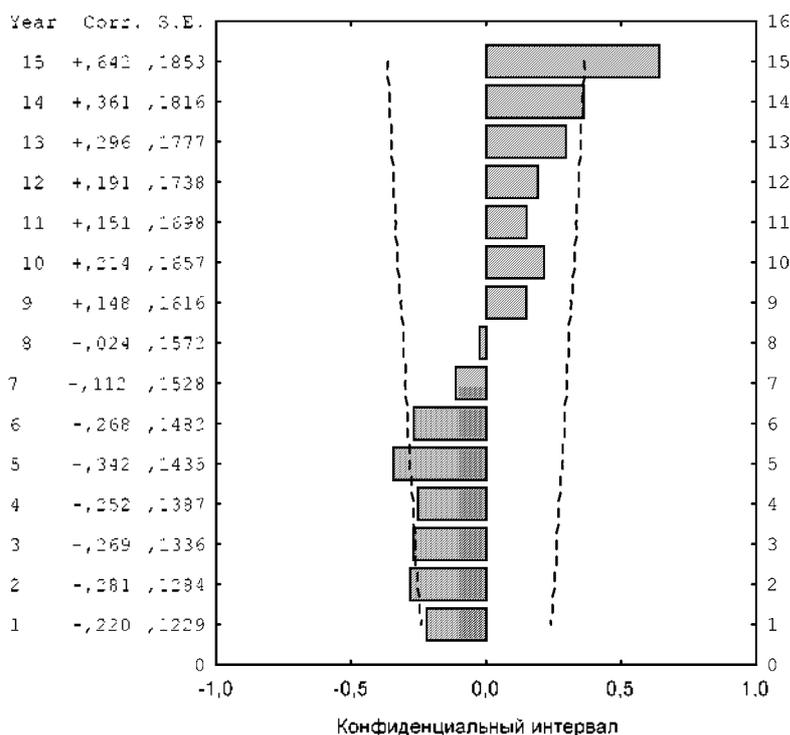


Рис. 2. Correlogramma изменения численности *Larus cachinnans*: Year — порядковый номер года с 1973 по 1997, Corr. — значение коэффициента автокорреляции между предыдущим и последующим значением численности, S. E. — стандартное отклонение

Периодическая и сезонная зависимость (сезонность) представляет собой другой общий тип компонент временного ряда. Периоди-

ческая зависимость может быть формально определена как корреляционная зависимость порядка  $k$  между каждым  $i$ -м элементом ряда и  $(i - k)$ -м элементом [8–9]. Ее можно измерить с помощью автокорреляции (т. е. корреляции между самими членами ряда);  $k$  обычно называют *лагом* (иногда используют эквивалентные термины: сдвиг, запаздывание).

Программа Statistica предлагает целый блок подпрограмм для исследования временных рядов. На наш взгляд, для анализа динамики численности птиц более всего подходит вычисление автокорреляций, т. е. меры зависимостей между каждым предшествующим и предыдущим значением временного ряда. Кроме того, данная программа предлагает и графическое отображение результатов, что делает процесс анализа более эффективным.

Сезонные составляющие временного ряда могут быть найдены с помощью коррелограммы. Коррелограмма (автокоррелограмма) показывает численно и графически автокорреляционную функцию (АКФ), коэффициенты автокорреляции (и их стандартные ошибки) для последовательности лагов (временных циклов, в нашем случае — лет) из определенного диапазона. На рис. 2 представлена коррелограмма численности чайки-хохотуньи.

Не всегда данные расположены в соответствии с нормальным распределением (могут быть пропуски данных, недоучеты и переучеты численности). В таком случае целесообразно применить сглаживание данных. Для прогнозирования предпочтительнее экспоненциальное сглаживание, позволяющее учитывать сезонную составляющую и тренд [10]. Сглаживание всегда включает некоторый способ локального усреднения данных, при котором несистематические компоненты взаимно погашают друг друга.

## Выводы

1. Для анализа динамики численности птиц необходимо использовать несколько методов.
2. Самым эффективным является сочетание графического метода и метода анализа временных рядов с вычислением коэффициентов автокорреляции.
3. В настоящий момент лучшими программными продуктами для экологических исследований, в частности для анализа динамики численности птиц, являются Curve Expert, Trim, Statistica.

## Литература

1. Bibby J., Collins, Burgess D. Neil. Bird Census Techniques. — London: Academic Press, 1992. — P. 153–178.
2. Analysis of monitoring data with many missing values: which method / C. J. F. Ter Braak, A. J. Van Strien, R. Meijer, T. J. Verstrael // Proc. of the 12<sup>th</sup> International Conference of IBCC and EOAC. — Voorburg (The Netherlands). — 1995. — P. 663–673.

3. *James F. C., Mc Culloch C. E.* Methodological issues in the estimation of trends in bird populations with an example: the pine warbler // *Distribution, monitoring and ecological aspects of birds.* — Voorburg: Heerlen and Sovon, 1994. — 75 p.
4. *Мацюра А. В.* Структура и анализ островных орнитокомплексов юга левобережной Украины: Дис... канд. биол. наук: 03.00.16. — Мелитополь, 1999. — 148 с.
5. *Underhill L. G., Prys-Jones R. P.* Index numbers for waterbird populations: review and methodology // *J. Appl. Ecol.* — 1994. — 31. — P. 463-480.
6. *STATISTICA.* Electronic manual. — StatSoft, Inc.: Bedford, 2002.
7. *Sauer J. R., Droege S.* Survey designs and statistical methods for the estimation of avian population trend // *Survey designs and statistical methods for the estimation of avian populations trends.* — Washington: U. S. Fish and Wildlife service, 1990. — P. 72-77.
8. *Box G. E. P., Jenkins G. M.* Time series analysis: Forecasting and control. — San Francisco: Holden-Day, 1976. — P. 17-32.
9. *Kendall M., Ord J. K.* Time series (3rd ed.). — London: Griffin, 1990. — P. 42-46.
10. *Geisser P. H., Sauer J. R.* Topics in route-regression analysis // *Survey designs and statistical methods for the estimation of avian populations trends.* — Washington: U. S. Fish and Wildlife service. — 1990. — P. 85-97.

**О. В. Мацюра**

Мелітопольський державний педагогічний університет,  
кафедра екології, біорізноманіття і таксономії,  
вул. Леніна, 20, Мелітополь, 72312, Україна.

**ОСОБЛИВОСТІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ДИНАМІКИ  
ЧИСЕЛЬНОСТІ ПТАХІВ**

**Резюме**

У статті наводиться огляд існуючих математичних методів оцінки динаміки чисельності, продемонстровані недоліки та переваги кожного методу. Запропоновано оригінальні індекси та методики аналізу змін чисельності живих організмів.

**Ключові слова:** динаміка чисельності, тренд, регресійний аналіз.

**A. V. Matsyura**

Melitopol State University, Department of ecology, taxonomy and biodiversity,  
Lenin St., 20, Melitopol, 72312, Ukraine.

**MATHEMATICAL ANALYSIS PECULIARITIES OF THE BIRDS OF  
ABUNDANCE DYNAMICS**

**Summary**

Contemporary mathematical review of the assessment of population dynamics was presented. The main advantages and disadvantages of each method were underlined. The proprietary methods and indices for the estimation of the changes in the abundance dynamics were suggested.

**Keywords:** abundance dynamics, trend, regression analysis.